

## Задание 11-1. Сифон

## Решение

### Часть 1. Предварительные измерения.

**1.1** Длина трубки  $l = 35,0\text{см}$

**1.2** Как измеряли  $b_0$  ?

Измеряем по шкале мензурки расстояние между двумя отметками известных объемов: между отметками с разностью 200 мл расстояние 18,0 мм. Следовательно,

**Численное значение**  $b_0 = 9,00 \cdot 10^{-2} \frac{\text{см}}{\text{мл}}$

Как измеряли  $b_1$  ? Заливаем в частично наполненную бутылку 400 мл воды. Измеряем изменение уровня воды – 13,6 см.

**Численное значение**  $b_1 = 3,15 \cdot 10^{-2} \frac{\text{см}}{\text{мл}}$

### Часть 2. Вытекание из бутылки.

**2.1** Укажите Ваши значения  $h_1 = 10,0\text{см}$   $h_2 = 1,0\text{см}$

**2.1.1** Значение начального уровня воды в бутылке  $z_0 = 15,0\text{см}$ .

**2.1.2** Результаты измерений зависимости  $V(t)$

Таблица 1.

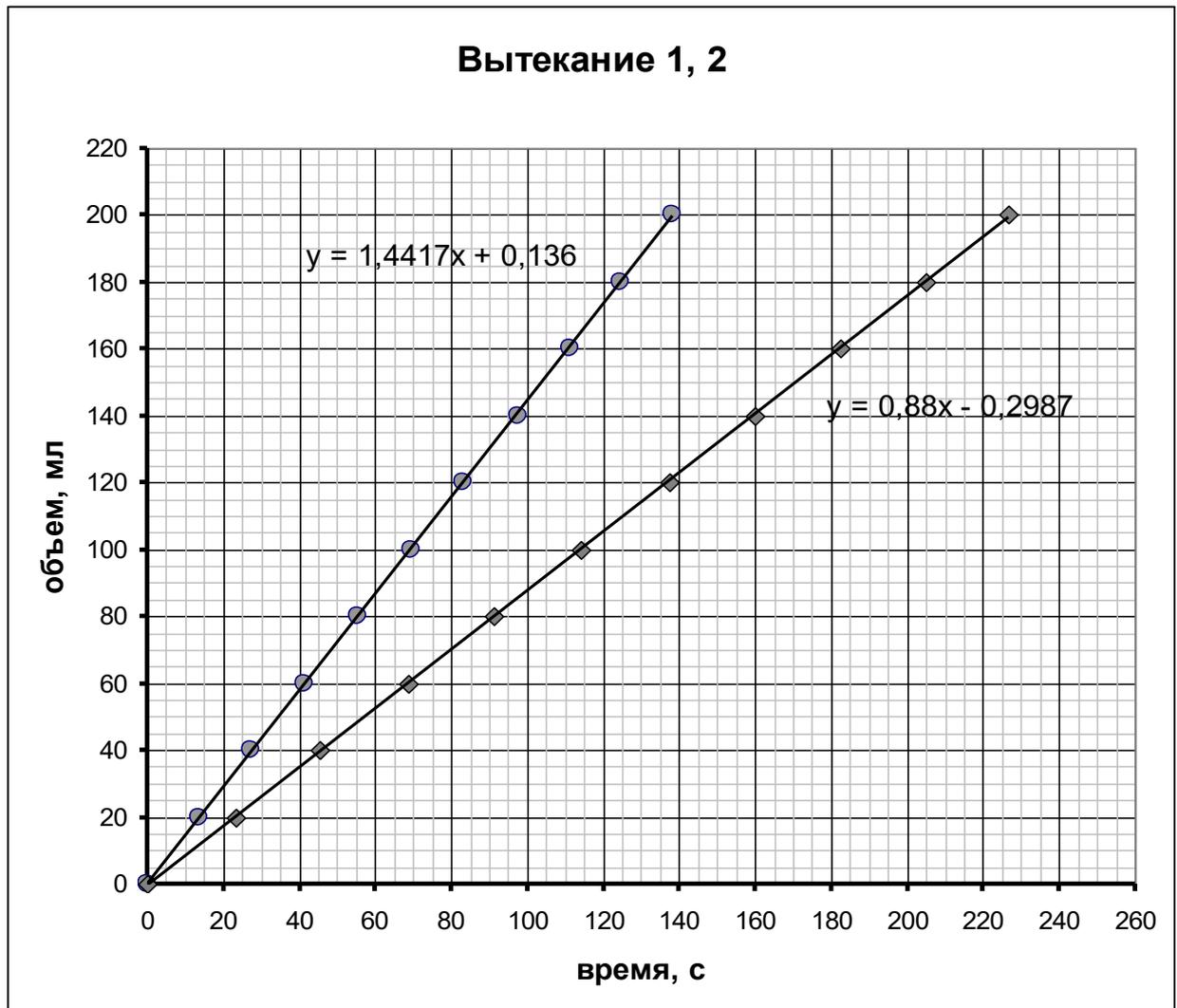
V, мл	t, с	Описание функциональной зависимости
0	0,00	Формула зависимости $V = at + b$
20	13,64	
40	27,41	Значения параметров (с погрешностями): $a = (1,442 \pm 0,006) \frac{\text{мл}}{\text{с}}$ $\varepsilon_a = 0,004 = 0,4\%$ $b = 0,14 \pm 0,47 \Rightarrow b = 0$
60	41,54	
80	55,37	
100	69,40	
120	83,02	
140	97,64	
160	111,13	
180	124,47	
200	138,31	

Метод расчета параметров зависимостей (формулы):

Использован традиционный МНК

$$a = \frac{R_{xy}}{S_x^2}, \quad b = \langle y \rangle - a \langle x \rangle$$

Графики зависимостей  $V(t)$  (пп. 2.1.2 и 2.2.2)



### 2.1.3 Вывод теоретической формулы

Разность давлений на концах трубки остается постоянной и равной

$$\Delta P = (l + h_2 - h_1) \quad (1)$$

Поэтому закон вытекания

$$V(t) = K(l + h_2 - h_1)t. \quad (2)$$

**2.1.4** Расчет коэффициента  $K$  (формула, формула для погрешности, численное значение)

$$a = K(l + h_2 - h_1) \Rightarrow K = \frac{a}{(l + h_2 - h_1)} = 3,277 \cdot 10^{-2} \frac{\text{мл}}{\text{см} \cdot \text{с}}$$

$$\text{Погрешность } \Delta K = K \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2} = 3,3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{мл}}{\text{см} \cdot \text{с}}$$

Итого

$$K = (3,27 \pm 0,03) \cdot 10^{-2} \frac{\text{мл}}{\text{см} \cdot \text{с}}$$

**2.2** Укажите Ваши значения  $h_1 = 2,0\text{см}$   $h_2 = 11,0\text{см}$

**2.2.1** Значение начального уровня воды в бутылке  $z_0 = 15,0\text{см}$ .

**2.2.2** Результаты измерений зависимости  $V(t)$

Таблица 2.

V, мл	t, с	Описание функциональной зависимости
0	0,00	Формула зависимости $V = at + b$
20	23,23	
40	45,38	
60	68,60	
80	91,28	
100	113,96	Значения параметров (с погрешностями): $a = (0,880 \pm 0,004) \frac{\text{мл}}{\text{с}}$ $\varepsilon_a = 0,004 = 0,4\%$ $b = -0,30 \pm 0,45 \Rightarrow b = 0$
120	137,32	
140	160,07	
160	182,37	
180	204,78	
200	226,76	

График на бланке п. 2.1.2

**2.2.3** Вывод теоретической формулы

Аналогично п. 2.1.3  $V(t) = K(l + h_2 - h_1)t$

**2.2.4** Расчет коэффициента  $K$  (формула, формула для погрешности, численное значение)  
Аналогично п.2.1.4

$$K = (3,38 \pm 0,06) \cdot 10^{-2} \frac{\text{мл}}{\text{см} \cdot \text{с}}$$

**2.2.5** Можно ли считать найденные значения  $K$  в (п.2.14 и 2.2.4) равными? Краткое обоснование.

Да, так их разность в пределах погрешностей измерений.

Далее используется среднее по двум измерениям значение

$$K = 3,33 \cdot 10^{-2} \frac{\text{мл}}{\text{см} \cdot \text{с}}$$

**2.3** Укажите Ваши значения  $h_1 = 16,0 \text{ см}$   $h_2 = 5,0 \text{ см}$

**2.3.1** Значение начального уровня воды в бутылке  $z_0 = 14,5 \text{ см}$ .

**2.3.2 – 2.3.3** Результаты измерений зависимости  $V(t)$

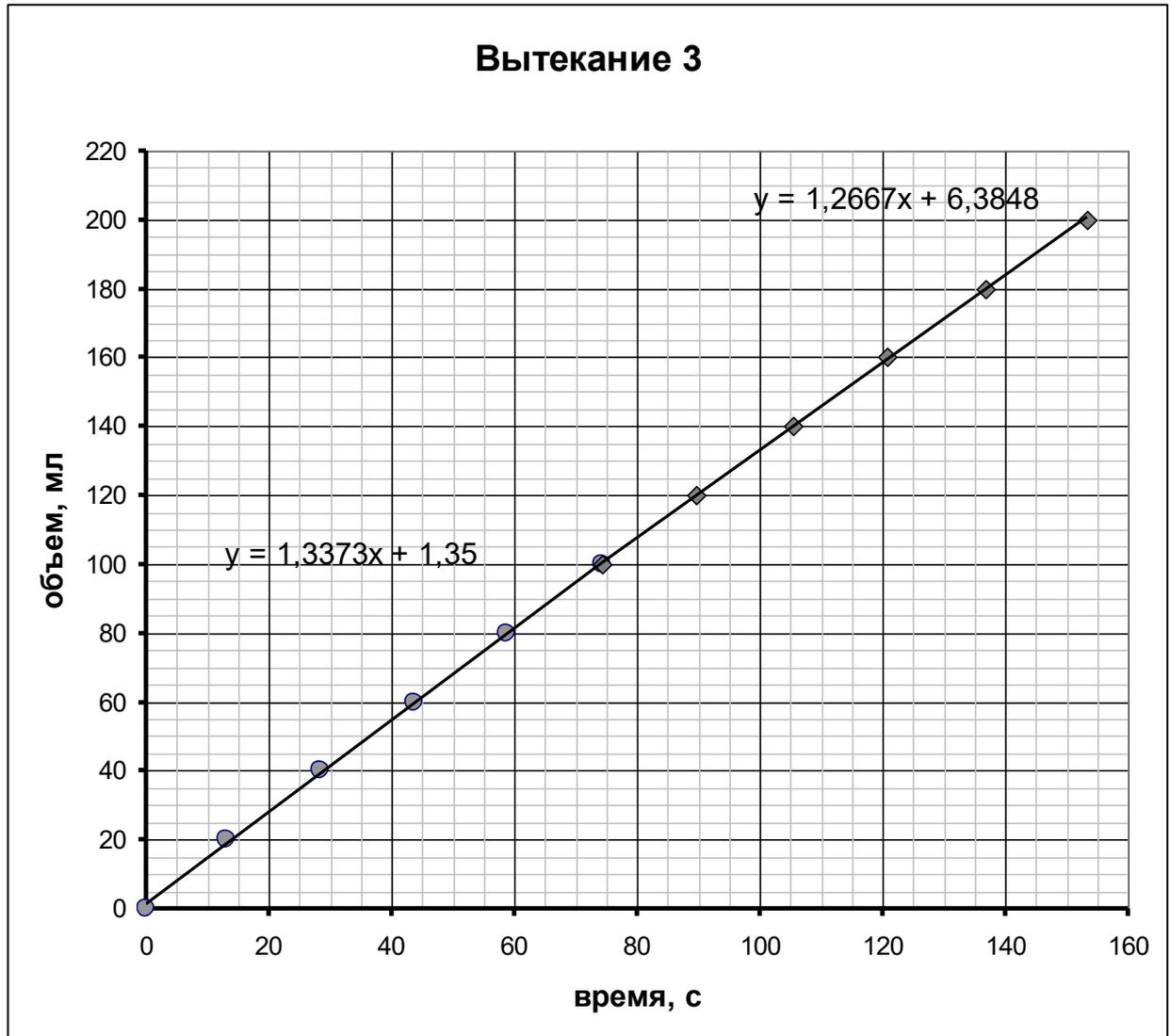
Таблица 3.

V мл	t, с	Значения коэффициентов наклона
0	0,00	интервал 0 – 100 мл $a = (1,34 \pm 0,03) \frac{\text{мл}}{\text{с}}$
20	13,13	
40	28,47	
60	43,71	
80	58,75	
100	74,21	интервал 100 = 200 мл $a = (1,27 \pm 0,02) \frac{\text{мл}}{\text{с}}$
120	89,75	
140	105,41	
160	120,68	
180	136,78	
200	153,44	

Является ли зависимость линейной? Краткое обоснование.

Нет, так различия в коэффициентах наклона выходят за пределы погрешности.

График зависимости  $V(t)$



### 2.3.4 Значения коэффициента $K$

Метод расчета (вывод формул)

Изменение объема воды в бутылке описывается уравнением

$$\frac{dV_1}{dt} = -K(z + l - h_2)$$

Вылившийся объем  $V = V_0 - V_1$  подчиняется уравнению

$$\frac{dV}{dt} = K(z + l - h_2)$$

Высота уровня воды в бутылке выражается через объем следующим образом

$$z = b_1 V_1 = b_1 (V_0 - V) = z_0 - b_1 V, \text{ поэтому}$$

$$\frac{dV}{dt} = K(z_0 - b_1 V + l - h_2) = -b_1 K \left( V - \frac{l + z_0 - h_2}{b_1} \right) = -b_1 K (V - V^*),$$

где  $V^* = \frac{l + z_0 - h_2}{b_1}$ . Это уравнение показывает, что зависимость действительно нелинейная.

Однако, в рассматриваемых интервалах ее можно считать приближенно линейной. Тогда

$$K = \frac{a}{b_1(\langle V \rangle - V^*)}, \text{ где } \langle V \rangle - \text{ среднее значение объема на рассматриваемом интервале.}$$

Численные значения:

Интервал 0 - 100 мл  $K = 3,085 \frac{\text{мл}}{\text{см} \cdot \text{с}}$

Интервал 100 – 200 мл  $K = 3,095 \frac{\text{мл}}{\text{см} \cdot \text{с}}$

### Часть 3. Всасывание.

Укажите Ваши значения

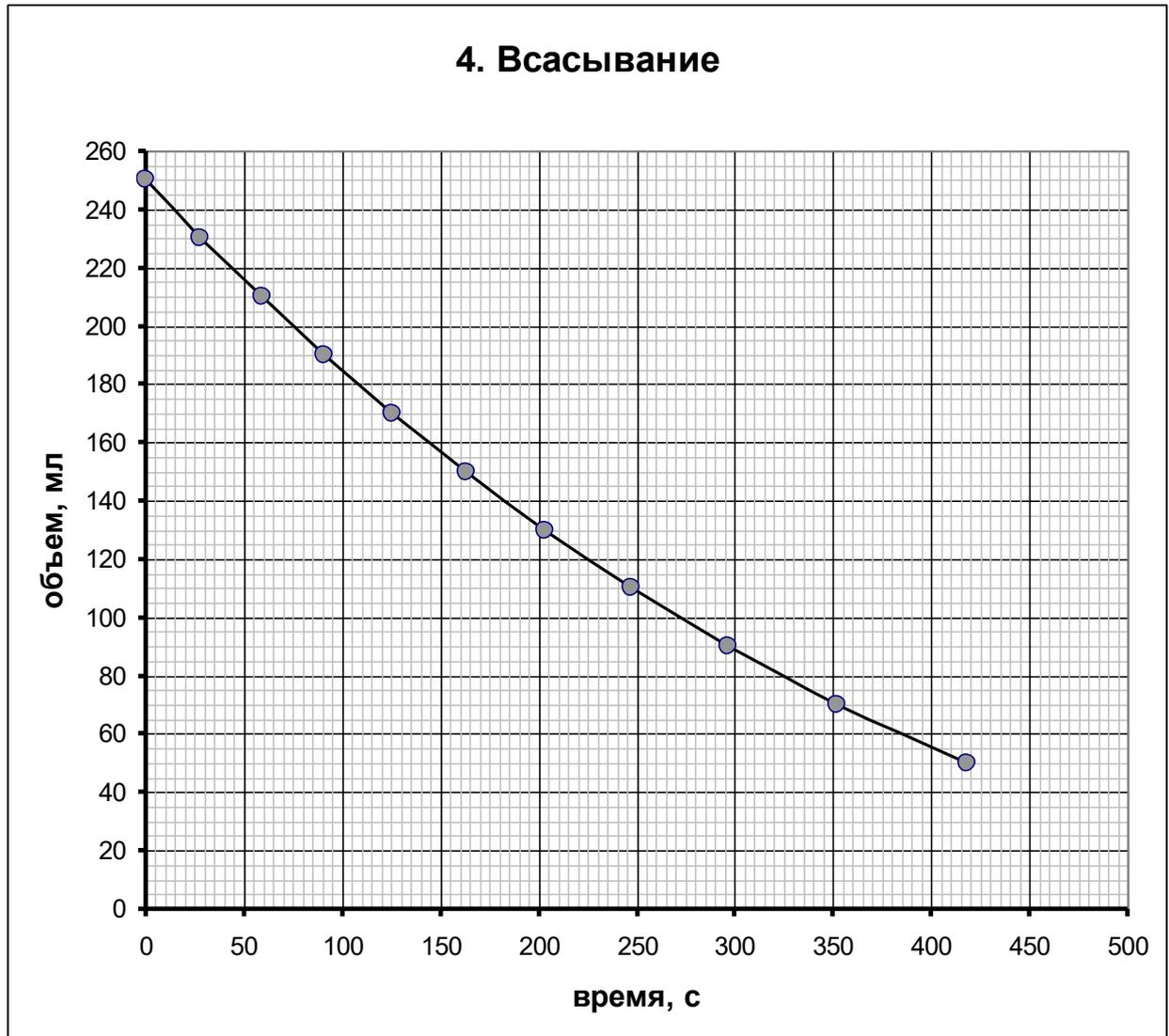
$h_1 = 5,0 \text{ см}$        $h_2 = 3,0 \text{ см}$        $h_3 = 32,0 \text{ см}$        $h_4 = 23,5 \text{ см}$

#### 3.1 Результаты измерений

Таблица 4.

V, мл	t, мин	t, с	t, общ	$Y(V) = \ln(V + V^*)$
250	0,00	0,00	0,00	5,842
230	0,00	27,90	27,90	5,782
210	0,00	59,16	59,16	5,718
190	1,00	31,06	91,06	5,651
170	2,00	5,44	125,44	5,578
150	2,00	42,98	162,98	5,499
130	3,00	23,49	203,49	5,414
110	4,00	7,59	247,59	5,320
90	4,00	56,95	296,95	5,217
70	5,00	52,39	352,39	5,103
50	6,00	58,27	418,27	4,973

График зависимости



### 3.2 Вывод теоретической формулы, численные значения параметров

В этом случае уравнение для изменения объема имеет вид

$$\frac{dV}{dt} = -K(z + h_3 - h_4), \text{ подставляем } z = b_0V, \text{ получаем}$$

$$\frac{dV}{dt} = -K(b_0V + h_3 - h_4) = -b_0K(V + V^*), \text{ где } V^* = \frac{h_3 - h_4}{b_0} = 94,5 \text{ см}^3.$$

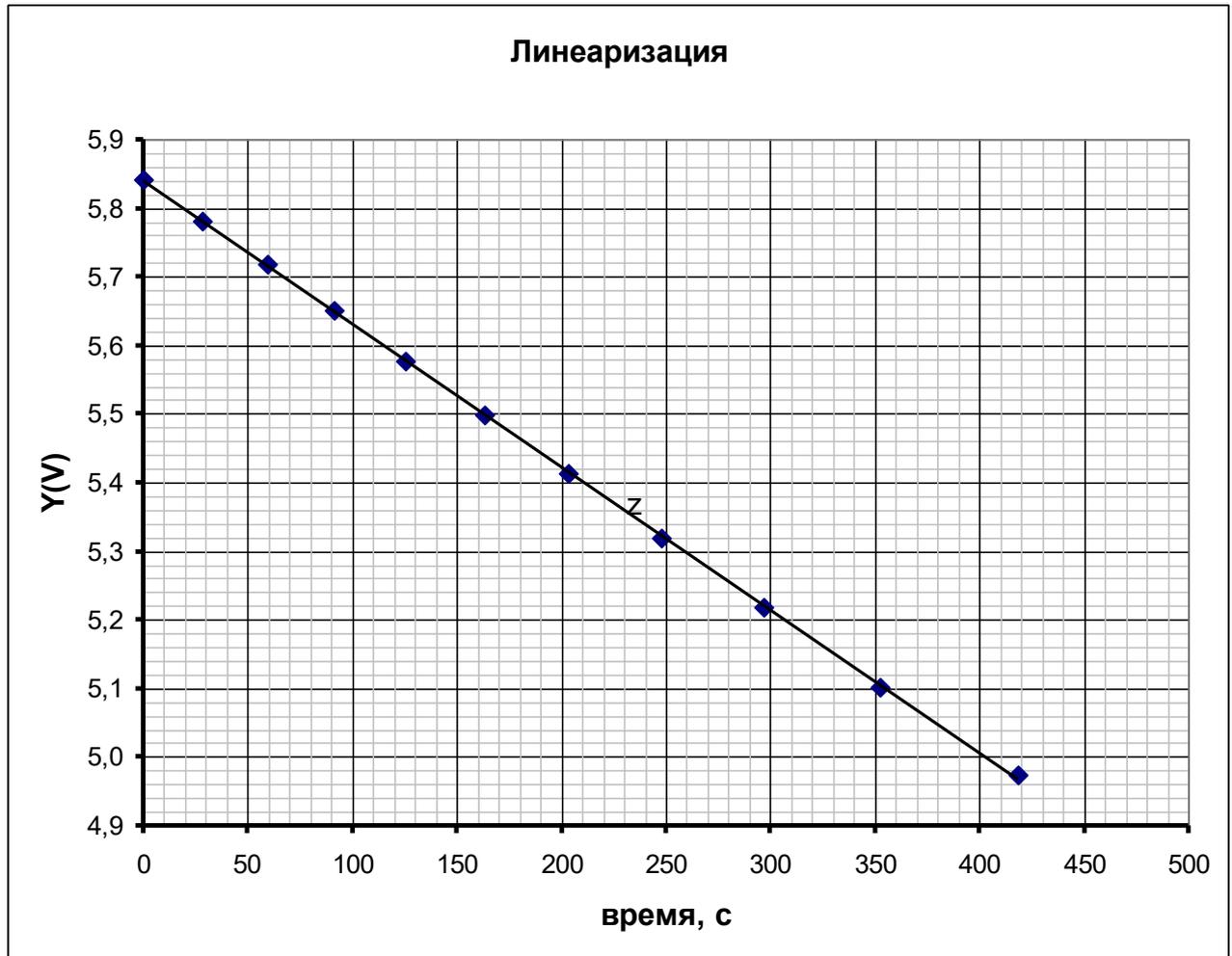
Решение этого уравнения

$$(V + V^*) = (V_0 + V^*) \exp(-b_0K t)$$

Для линеаризации необходимо взять  $Y = \ln(V + V^*)$ .

Расчеты в Таблице 4

### 3.3 График линеаризованной зависимости



### 3.4 Значение коэффициента $K$ (формула, численное значение)

Из найденного закона изменения объема следует, что

$$\ln(V + V^*) = \ln(V_0 + V^*) - b_0 K t.$$

Следовательно, коэффициент наклона линеаризованной зависимости равен

$$a = -b_0 K$$

$$\text{Поэтому } K = -\frac{a}{b_0}.$$

Расчеты дают значения

$$a = -2,09 \cdot 10^{-3} \frac{\text{мл}}{\text{с}}$$

$$K = 2,32 \cdot 10^{-2} \frac{\text{мл}}{\text{с}}$$

**Задание 11-2. Фотоэлемент**

**Решение.**

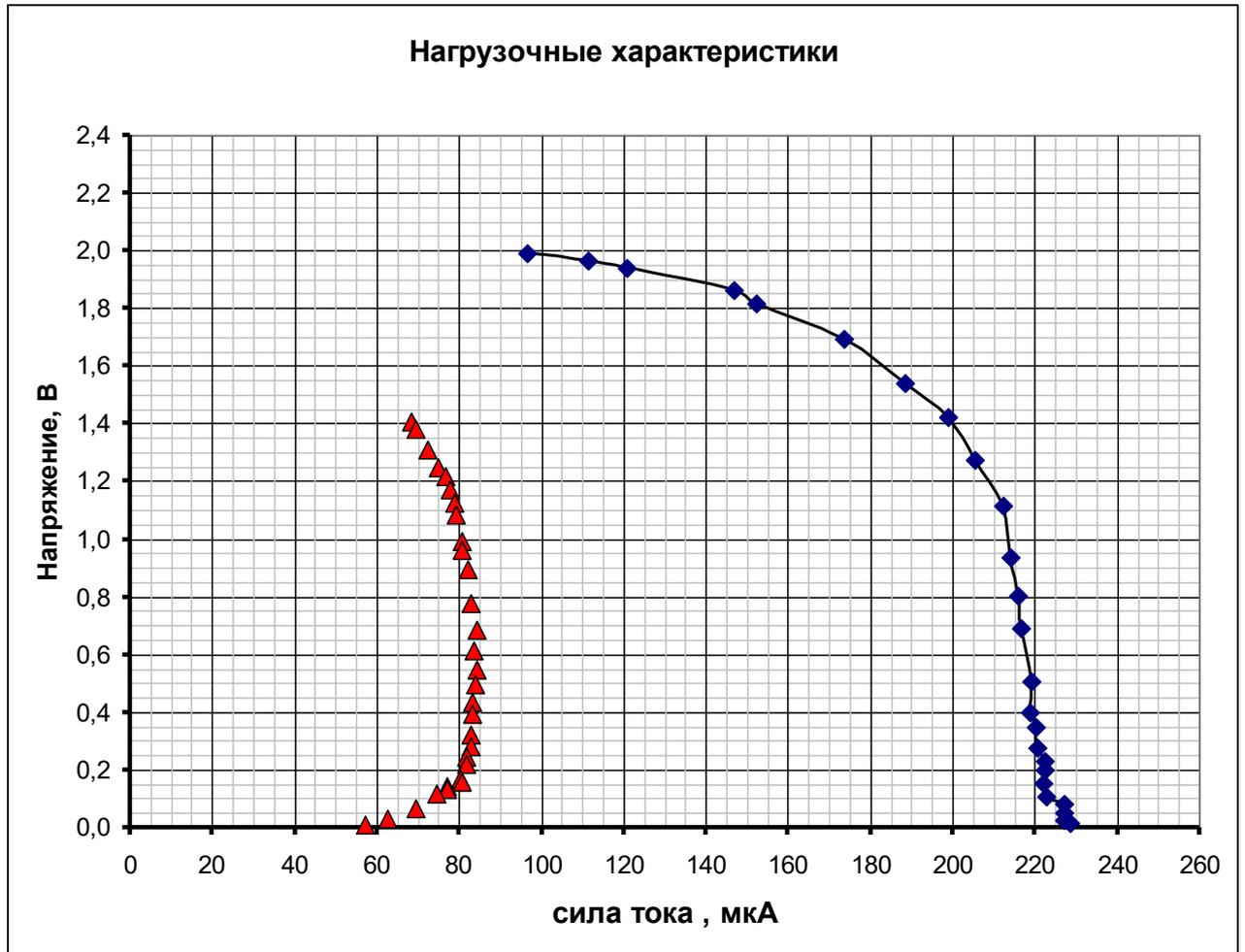
1. Формулы для расчета силы тока и мощности

$$I = \frac{U}{R}, \quad P = UI$$

2 – 3. Таблица измерений и расчетов (в столбцах № - укажите способ подключения резисторов – 1,2, 3)

№	днем				№	вечером			
	$U_0, В$	$R, кОм$	$I, мкА$	$P, мкВт$		$U_0, В$	$R, кОм$	$I, мкА$	$P, мкВт$
1	1,990	20,60	96,6	192,2	1	1,406	20,60	68,3	96,0
1	1,964	17,64	111,3	218,7	1	1,383	19,97	69,3	95,8
1	1,937	16,02	120,9	234,2	1	1,310	18,07	72,5	95,0
1	1,863	12,68	146,9	273,7	1	1,248	16,64	75,0	93,6
1	1,815	11,92	152,3	276,4	1	1,217	15,84	76,8	93,5
1	1,695	9,76	173,7	294,4	1	1,173	15,06	77,9	91,4
1	1,540	8,18	188,3	289,9	1	1,128	14,30	78,9	89,0
1	1,424	7,16	198,9	283,2	1	1,083	13,66	79,3	85,9
1	1,275	6,21	205,3	261,8	1	0,994	12,31	80,7	80,3
1	1,118	5,27	212,1	237,2	1	0,960	11,91	80,6	77,4
1	0,939	4,39	213,9	200,8	1	0,897	10,92	82,1	73,7
1	0,801	3,71	215,9	172,9	1	0,777	9,38	82,8	64,4
1	0,691	3,19	216,6	149,7	1	0,688	8,17	84,2	57,9
2	0,508	2,32	219,0	111,2	1	0,614	7,34	83,7	51,4
2	0,398	1,82	218,7	87,0	1	0,545	6,46	84,4	46,0
2	0,348	1,58	220,3	76,6	1	0,496	5,92	83,8	41,6
2	0,278	1,26	220,6	61,3	2	0,434	5,22	83,1	36,1
2	0,229	1,03	222,3	50,9	2	0,396	4,76	83,2	32,9
2	1,990	20,60	96,6	192,2	2	0,320	3,87	82,7	26,5
2	1,964	17,64	111,3	218,7	1	1,406	20,60	68,3	96,0
2	1,937	16,02	120,9	234,2	1	1,383	19,97	69,3	95,8
2	1,863	12,68	146,9	273,7	1	1,310	18,07	72,5	95,0
2	1,815	11,92	152,3	276,4	1	1,248	16,64	75,0	93,6
2	1,695	9,76	173,7	294,4	1	1,217	15,84	76,8	93,5
					1	1,173	15,06	77,9	91,4

4. Графики зависимости напряжения от силы тока.



5. Качественное объяснение нагрузочных характеристик.

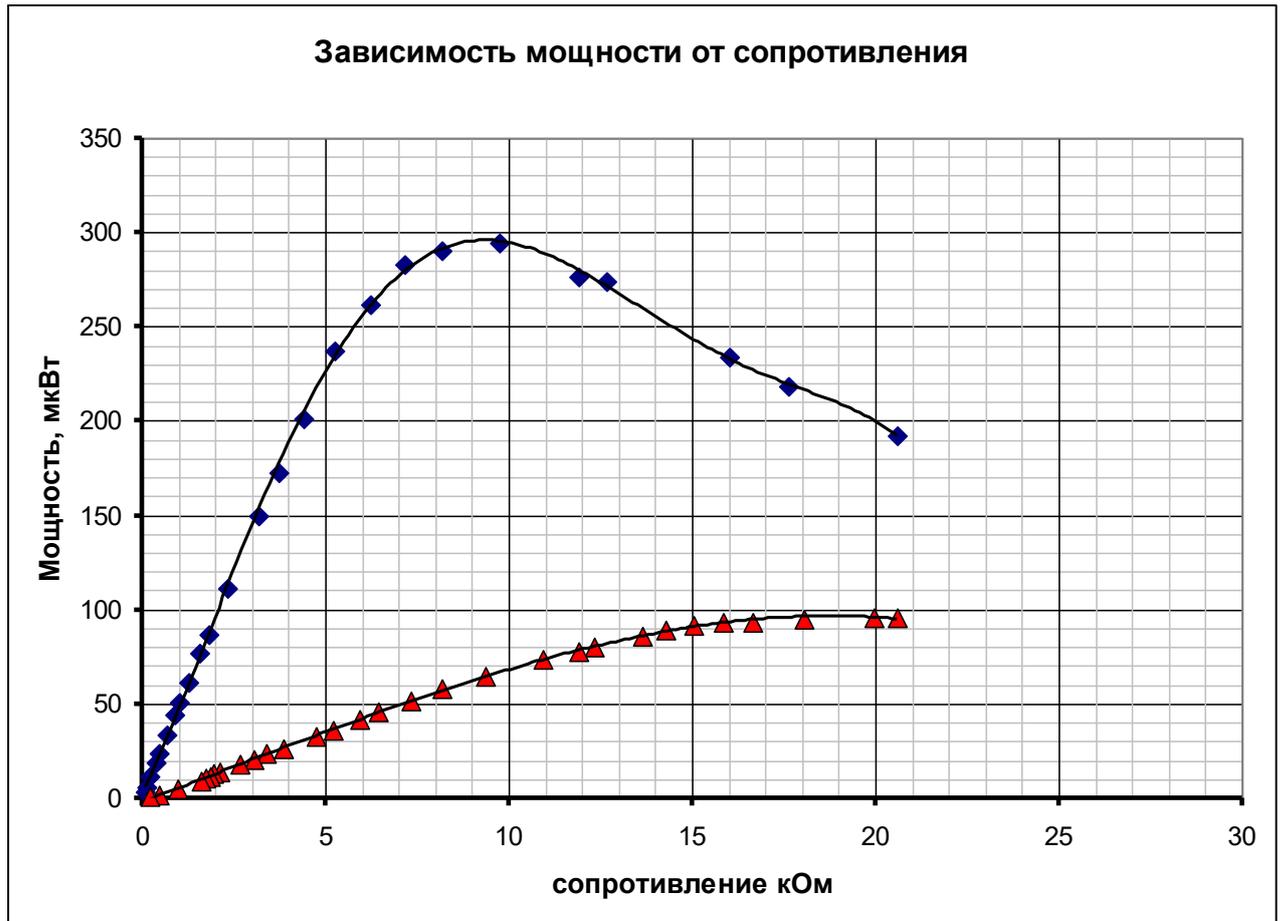
Внутреннее сопротивление фотоэлемента уменьшается с ростом силы тока.

Если это сопротивление примерно обратно пропорционально силе тока  $r = \frac{a}{I}$ , то измеряемое напряжение практически не зависит от силы тока

$$U = \varepsilon - Ir \approx \varepsilon - a.$$

При малых нагрузках сопротивление велико, поэтому напряжение на резисторах падает.

6. Зависимость мощности от сопротивления нагрузки.



7. Сопротивления, при которых мощность максимальна.

«Днем» при  $R \approx 10 \text{ кОм}$ ;

«Вечером» при  $R \approx 18 \text{ кОм}$

Причины различия этих сопротивлений.

Как известно максимальная мощность на нагрузке достигается, если ее сопротивление равно внутреннему сопротивлению источника.

Поэтому при уменьшении силы тока внутреннее сопротивление возрастает, соответственно, возрастает и сопротивление нагрузки, при котором мощность максимальна.